信 号 与 系 统

第二讲

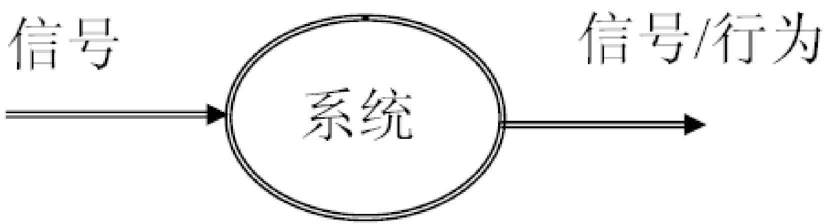
宋晓炜

2011.2.25

第一章 绪论

上节课回顾

信号与系统的基本概念



信号系统与信息技术：获取、处理、传输、应用

信号的描述、分类、运算

$$f_1(t) * f_2(t) = \int_{-\infty}^{\infty} f_1(\tau) f_2(t-\tau) d\tau$$

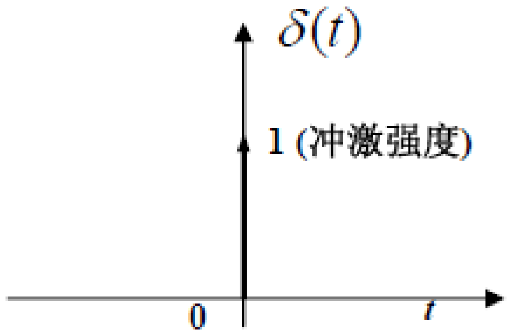
第一章 绪论

上节课回顾

阶跃函数与冲激函数

Dirac定义(狄拉克)

$$\begin{cases} \int_{-\infty}^{\infty} \delta(t)dt = 1 \\ \delta(t) = 0 \qquad (t \neq 0) \end{cases}$$

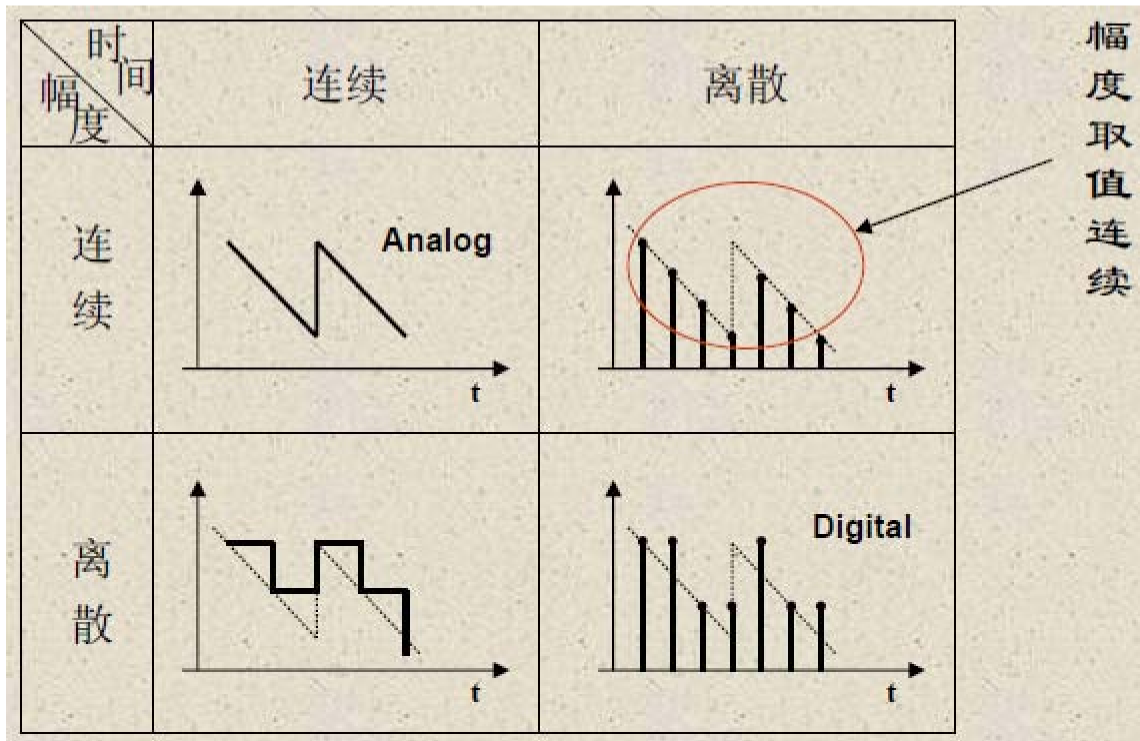


$\delta(t)f(t) = f(0)\delta(t)$ 筛选或抽样特性

第一章 绪论

上节课的问题

连续与离散

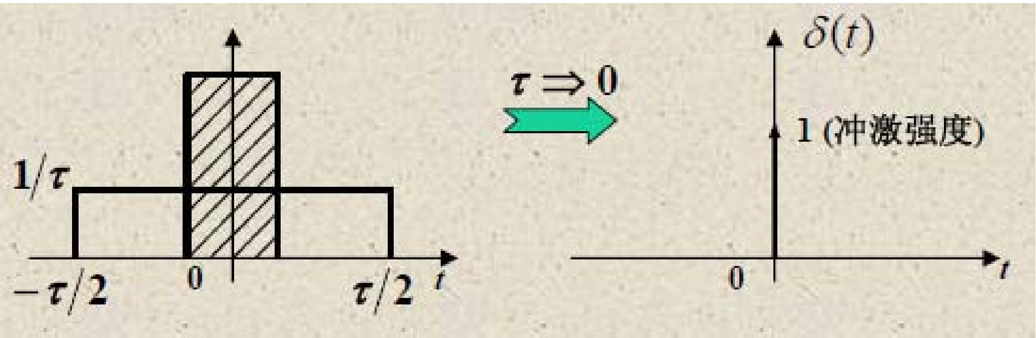


多电平数字信号 56K MODEM

第一章 绪论

上节课的问题

广义极限定义 $\delta(t)=\lim_{\tau\to 0}\frac{1}{\tau}\left[U(t+\frac{\tau}{2})-U(t-\frac{\tau}{2})\right]$



Dirac定义(狄拉克) $\begin{cases}\int_{-\infty}^{\infty}\delta(t)dt=1\\ \delta(t)=0 \qquad (t\neq 0)\end{cases}$

⇨ 也被称为狄拉克函数

§ 1.4 阶跃信号与冲激信号

其它广义极限表示:

三角形脉冲 $$\delta(t)=\lim_{\tau\to 0}\left\{\frac{1}{\tau}\left(1-\frac{|t|}{\tau}\right)\left[u(t+\tau)-u(t-\tau)\right]\right\}$$

双边指数脉冲 $$\delta(t)=\lim_{\tau\to 0}\left(\frac{1}{2\tau}e^{-\frac{|t|}{\tau}}\right)$$

钟形脉冲 $$\delta(t)=\lim_{\tau\to 0}\left(\frac{1}{\tau}e^{-\pi\left(\frac{t}{\tau}\right)^2}\right)$$

抽样信号 $$\delta(t)=\lim_{k\to\infty}\left[\frac{k}{\pi}Sa(kt)\right]$$

§ 1.4 阶跃信号与冲激信号

$\delta(t)$ 函数的性质:

(1) 若f(t)在t=0连续，且处处有界

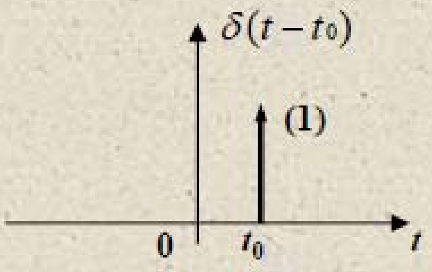
$$\int_{-\infty}^{\infty}\delta(t)f(t)dt=\int_{-\infty}^{\infty}\delta(t)f(0)dt=f(0)$$

$$\Rightarrow \quad \delta(t)f(t)=f(0)\delta(t)$$

筛选或抽样特性

$$\int_{-\infty}^{\infty}\delta(t-t_0)f(t)dt=f(t_0)$$

$$\Rightarrow \quad \delta(t-t_0)f(t)=f(t_0)\delta(t-t_0)$$



§ 1.4 阶跃信号与冲激信号

(2) 偶函数 $\delta(t)=\delta(-t)$

$$\int_{-\infty}^{\infty}\delta(-t)f(t)dt=\int_{-\infty}^{\infty}\delta(\tau)f(-\tau)d(-\tau)=\int_{-\infty}^{\infty}\delta(\tau)f(0)d\tau=f(0)$$

(3) $\delta(t)$ 与 $u(t)$ 之间的关系

$$\begin{cases}\int_{-\infty}^{t}\delta(\tau)d\tau=1 & (t>0)\\ \int_{-\infty}^{t}\delta(\tau)d\tau=0 & (t<0)\end{cases} \Longrightarrow \begin{cases}\int_{-\infty}^{t}\delta(\tau)d\tau=u(t)\\ \dfrac{d}{dt}u(t)=\delta(t)\end{cases}$$

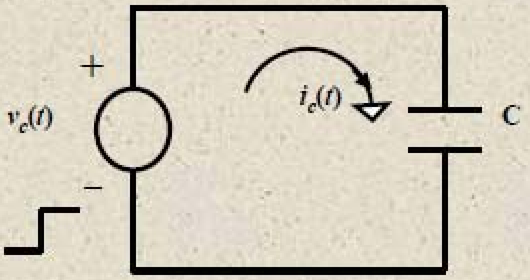
§ 1.4 阶跃信号与冲激信号

物理意义(解释举例)：

引入δ函数解释电容端电压跳变情况

$$i_c(t)=c\frac{dv_c(t)}{dt}$$

$$v_c(t)=u(t)$$

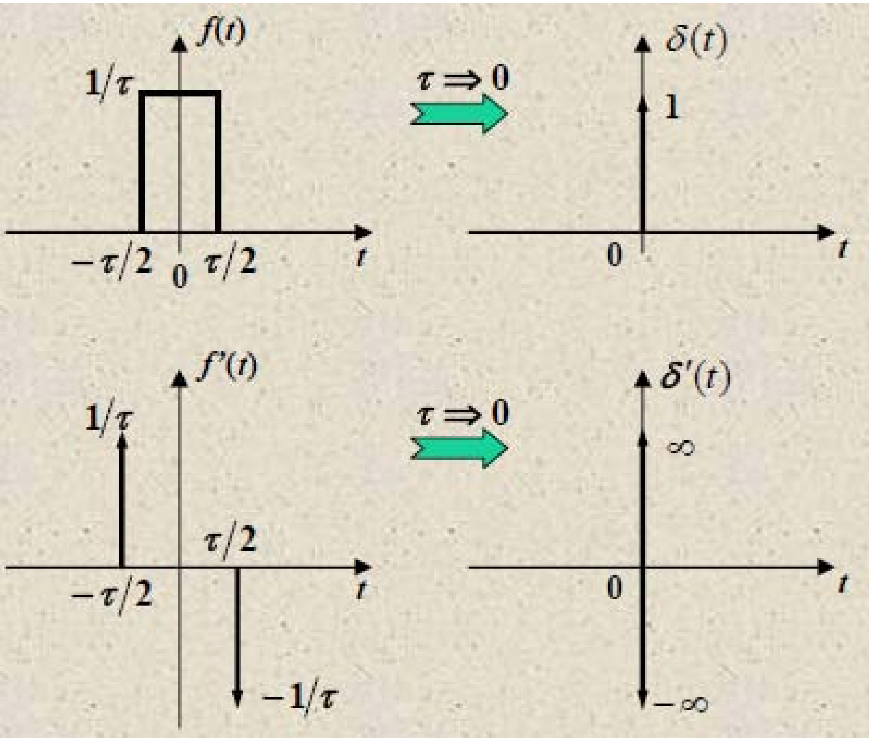


$$\Rightarrow \quad i_c(t)=c\delta(t)$$

物理解释：强迫加入1V电压，在极短时间为电容充电使之电荷量q=c，电流必定极大(例如：利用此现象实现焊接)

§ 1.4 阶跃信号与冲激信号

冲激偶函数 $\delta'(t)$ doublet



参考：P21-22，由三角形脉冲信号→ $\delta(t) \rightarrow \delta'(t)$

§ 1.4 阶跃信号与冲激信号

$\delta'(t)$ 函数的性质：

(1) $\delta'(t)$ 具有位于0点的双脉冲，关于轴互为镜像，强度为无穷大

(2) $\int_{-\infty}^{\infty}\delta'(t)dt = 0$ 奇函数

(3) $\int_{-\infty}^{\infty} f(t)\delta'(t)dt = -f'(0)$

证明

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(t)\delta'(t)dt = f(t)\delta(t)\Big|_{-\infty}^{\infty} - \int_{-\infty}^{\infty} f'(t)\delta(t)dt = -f'(0)$$

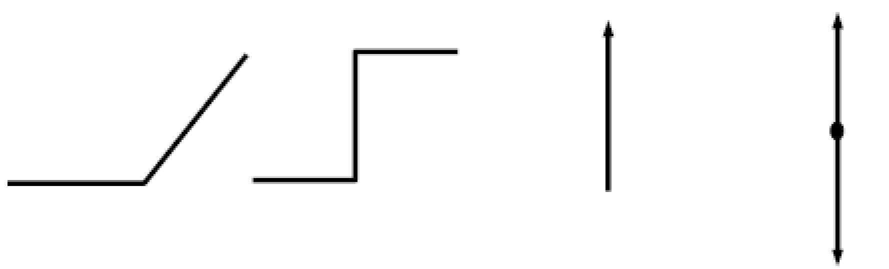
§ 1.4 阶跃信号与冲激信号

思考题 $\lim_{\tau \to 0} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\delta(t+\tau)-\delta(t-\tau)}{2\tau} f(t)dt = ?$

思考题 $\int_{-\infty}^{\infty} f(t)\delta'(t-t_0)dt = -f'(t_0)$ （证明）

奇异函数小结：

$$R(t) \overset{\frac{d}{dt}}{\Rightarrow} u(t) \overset{\frac{d}{dt}}{\Rightarrow} \delta(t) \overset{\frac{d}{dt}}{\Rightarrow} \delta'(t)$$



§ 1.5 信号的分解

直流分量与交流分量 $f(t)=f_D+f_A(t)$

f_D 直流分量，即信号的平均值 (DC)

$f_A(t)$ 交流分量，其积分为0 (AC)

偶分量与奇分量 $f(t)=f_e(t)+f_o(t)$

$$f_e(t)=\frac{1}{2}\left[f(t)+f(-t)\right]$$

$$f_o(t)=\frac{1}{2}\left[f(t)-f(-t)\right]$$

§ 1.5 信号的分解

实部分量与虚部分量：

实际信号是实函数，但往往出于分析之便构成复函数来研究实信号的问题。

$$f(t) = f_r(t) + jf_i(t)$$

$$f_r(t) = \frac{1}{2}[f(t) + f^*(t)]$$

$$jf_i(t) = \frac{1}{2}[f(t) - f^*(t)]$$

NOTE：一个实信号本身构造不出复信号

§ 1.5 信号的分解

脉冲分量：

分解为冲激之和或阶跃之和(自学P24)

常用：分解为冲激之和 $f(t)=\int_{-\infty}^{\infty} f(t_1)\delta(t-t_1)dt_1$

正交函数分解：

用正交函数集表示一个信号，将是本课程的主要内容

第三章介绍傅立叶级数，是正交分解一个实例

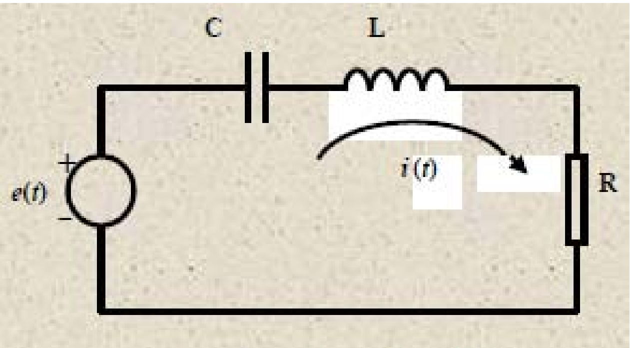
第一章 绪论

§ 1.6 系统模型及其分类

系统模型是系统物理特性的数学抽象，其表示形式有数学表示式，图形符号和方框图

(1) 图形符号表示

很多电子线路都可以用此RLC等效模型来描述



R、L、C串联电路

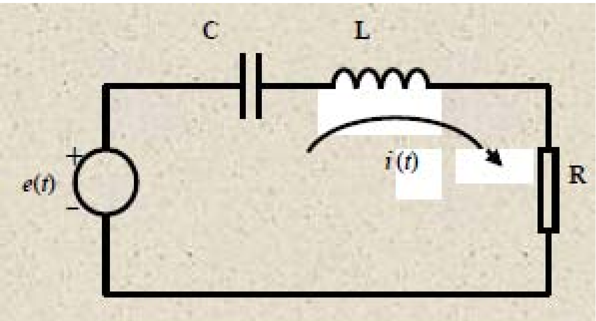
(2) 数学表示式(两种形式)

§ 1.6 系统模型及其分类

输入—输出描述

$$L\frac{di}{dt}+iR+\frac{1}{C}\int idt=e(t)$$

$$\Rightarrow LC\frac{d^2i(t)}{dt^2}+RC\frac{di(t)}{dt}+i=C\frac{de(t)}{dt}$$



一般为一个n阶一元方程(单入—单出SISO)

状态变量(状态方程)

一般为n个一阶联立方程

$$\begin{cases}\dfrac{dv_c(t)}{dt}=\dfrac{i(t)}{C}\\ \dfrac{di(t)}{dt}=-\dfrac{1}{L}v_c(t)-\dfrac{R}{L}i(t)+\dfrac{1}{L}e(t)\end{cases}$$

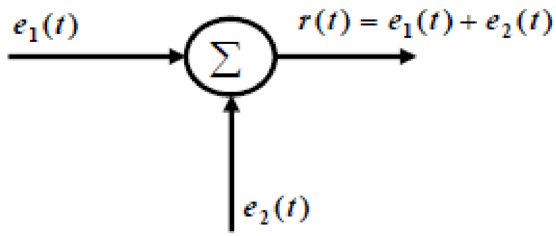
NOTE: 系统的阶(order)即为微分方程(一元)的阶

§ 1.6 系统模型及其分类

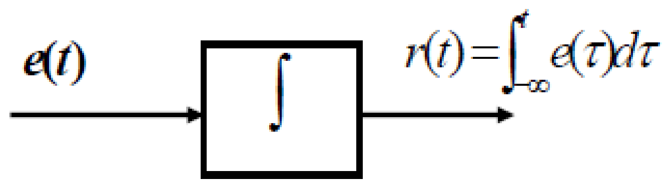
(3) 方框图

基本单元：

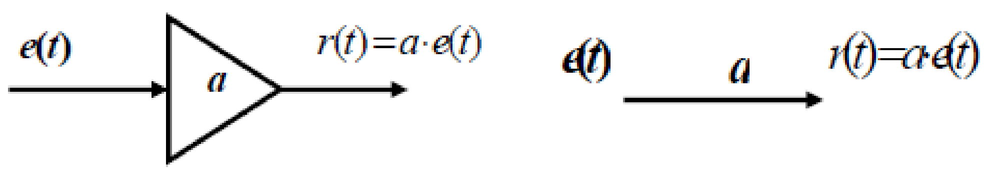
相加



积分

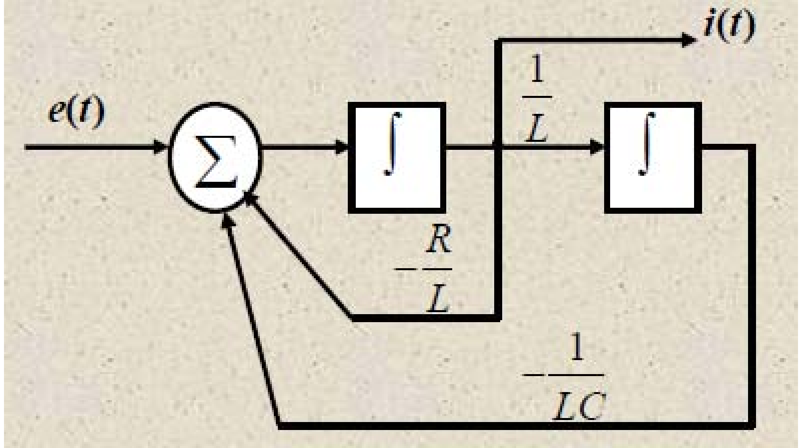


倍乘



§ 1.6 系统模型及其分类

上述RLC等效模型的方框图表示为



举例(方框图)

$$\frac{d}{dt}r(t)+a_0 r(t)=b_0 e(t)$$

两边取积分：

$$r(t)+a_0\int r(t)=b_0\int e(t)$$

§ 1.6 系统模型及其分类

保证e(t)前系数为1：

$$\frac{r(t)}{b_0}+\frac{a_0}{b_0}\int r(t)=\int e(t)$$

常用步骤：

符号图形→微分方程→积分方程→系数归1→方框图

NOTE ①系统模型的建立有一定的条件约束，要注意其工作环境、工作频率

②同一物理系统实体可有不同的模型，模型不唯一

③同一模型可表示不同物理系统

④本课程所涉及的系统建模问题主要是针对线性时不变系统，且SISO

§ 1.6 系统模型及其分类

系统分类

(1) 线性、非线性 (Linear & Non-linear)

线性系统具有叠加性和均匀性(倍乘)，齐次性 homogeneity

$$\left.\begin{array}{l} e_1(t) \to r_1(t) \\ e_2(t) \to r_2(t) \end{array}\right. \Rightarrow a_1 e_1(t) + a_2 e_2(t) \to a_1 r_1(t) + a_2 r_2(t)$$

线性系统由线性元器件组成，一般可由微分方程描述

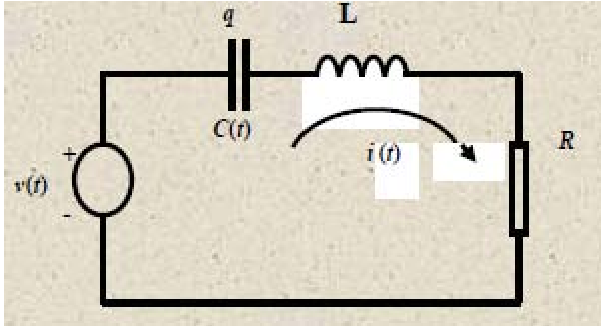
若有非线性元件，如（非线性电阻），则构成非线性微分方程。

§ 1.6 系统模型及其分类

(2) 时变、时不变(Time-variant, Time-invariant)

若C是变容二极管C(t)

$$LC(t)\frac{d^2q(t)}{dt^2}+RC(t)\frac{dq(t)}{dt}+q(t)=C(t)v(t)$$



(3) 记忆、无记忆(memory、memoryless)

with memory：动态系统、微分方程

without memory：即时系统、代数方程

第一章 绪论

本节课小结：

- 冲激偶及其性质
- 信号的分解
- 系统模型
- 系统分类

下节课内容：

- 系统分类
- 线性时不变系统
- 一般系统分析方法

第一章小结

第二章 连续时域系统的时域分析（开篇）

第一章 绪论

课后作业:

1-14（1、3、5、7）

谢谢同学们，下节课再见！